

Dos móviles se desplazan respecto a un sistema de referencia fijo al suelo, \mathbf{O} . La velocidad del móvil 1 es constante, de módulo 10m/s y forma un ángulo de -30° con el eje \mathbf{x} . El móvil 2 describe una trayectoria circular cuyo radio es 5m. Este móvil parte del reposo y su aceleración angular es $0,1\text{rads}^{-2}$.

Se sabe que en el instante inicial el móvil 1 se encuentra en el origen de coordenadas y el móvil 2 está en $5\text{m}\mathbf{x}$.

Se pide hallar la posición, velocidad y aceleración del móvil 2, medida por el móvil 1.

En primer lugar escribamos cómo se ve el movimiento de cada cuerpo desde el referencial \mathbf{O} , que es el que nos da el enunciado.

El móvil 1 tiene una velocidad constante $\overline{v_1} = v_1(-i\text{sen}\alpha + j\text{cos}\alpha)$. Como la velocidad es constante, entonces la posición es $\overline{r_1} = v_1(-i\text{sen}\alpha + j\text{cos}\alpha)t$. Notar que $\overline{r_1}(t=0) = \overline{0}$, con lo cual se satisface la condición inicial (en $t=0$ el móvil se encuentra en el origen de coordenadas).

El móvil 2 describe una trayectoria circular de radio R con una aceleración angular constante. Con estos datos podemos escribir la posición angular es:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$$

En $t=0$ su velocidad es nula ($\omega_0 = 0\text{rad/s}$) y se encuentra en $5\text{m}\mathbf{i}$ ($\theta_0 = 0\text{rad}$). La posición angular es entonces:

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\gamma t^2$$

Como el móvil 2 describe una circunferencia en sentido antihorario, podemos escribir el vector posición como:

$$\overline{r_2} = R(i\text{cos}\theta(t) + j\text{sen}\theta(t))$$

La velocidad del móvil 2 es:

$$\overline{v_2} = R\theta'(t)(-i\text{sen}\theta(t) + j\text{cos}\theta(t))$$

Y su aceleración:

$$\overline{a_2} = R\theta'(t)^2(-i\text{cos}\theta(t) - j\text{sen}\theta(t)) + R\gamma(-i\text{sen}\theta(t) + j\text{cos}\theta(t))$$

donde usamos que $\gamma = \theta''(t)$.

Ahora falta hacer la transformación de Galileo. Como queremos saber la posición del móvil 2 vista por el móvil 1, tenemos que fijar un sistema de referencia (\mathbf{O}') al móvil 1. La posición del móvil 2,

desde el referencial O , es r_2 ; y desde el referencial O' es r'_2 . La posición del móvil 1 visto desde O es r_1 .

Para esto hagamos un esquema para una posición cualquiera. Del gráfico se ve que $r_1 + r'_2 = r_2$. Nuestra incógnita es r'_2 , es decir:

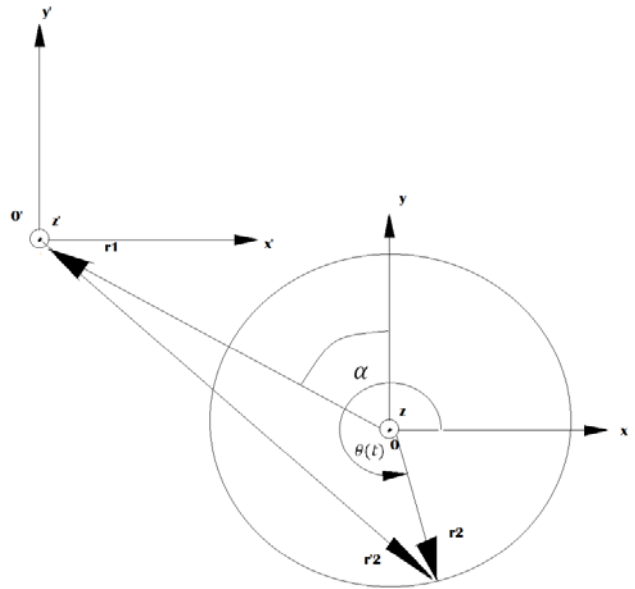
$$r'_2 = r_2 - r_1$$

donde

$$\bar{r}_2 = R(i\cos\theta(t) + j\sin\theta(t))$$

$$\bar{r}_1 = v_1 t(-i\sin\alpha + j\cos\alpha)$$

o sea



$$\bar{r}'_2 = R(i\cos\theta(t) + j\sin\theta(t)) - v_1 t(-i\sin\alpha + j\cos\alpha) = i(R\cos\theta(t) + v_1 t\sin\alpha) + j(R\sin\theta(t) - v_1 t\cos\alpha)$$

El resultado de esa resta vectorial es justamente lo que buscamos, es decir, la posición del móvil 2 medida por el móvil 1.

Derivando obtenemos la velocidad del móvil 2 medida desde el móvil 1 y volviendo a derivar vemos la aceleración del móvil 2 medida desde el móvil 1.